

Michael Krapp | Johannes Nebel

Methoden der Statistik

Lehr- und Arbeitsbuch

STUDIUM



**VIEWEG+
TEUBNER**

Michael Krapp | Johannes Nebel

Methoden der Statistik

Herausgegeben von
Prof. Dr. Bernd Luderer, Chemnitz

Die Studienbücher Wirtschaftsmathematik behandeln anschaulich, systematisch und fachlich fundiert Themen aus der Wirtschafts-, Finanz- und Versicherungsmathematik entsprechend dem aktuellen Stand der Wissenschaft.

Die Bände der Reihe wenden sich sowohl an Studierende der Wirtschaftsmathematik, der Wirtschaftswissenschaften, der Wirtschaftsinformatik und des Wirtschaftsingenieurwesens an Universitäten, Fachhochschulen und Berufsakademien als auch an Lehrende und Praktiker in den Bereichen Wirtschaft, Finanz- und Versicherungswesen.

Michael Krapp | Johannes Nebel

Methoden der Statistik

Lehr- und Arbeitsbuch

STUDIUM



VIEWEG+
TEUBNER

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der
Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über
<<http://dnb.d-nb.de>> abrufbar.

Prof. Dr. Michael Krapp

Universität Augsburg
Extraordinariat für Quantitative Methoden
in den Wirtschaftswissenschaften
Universitätsstraße 16
86159 Augsburg
michael.krapp@wiwi.uni-augsburg.de

Dipl.-Kfm. Johannes Nebel

Universität Augsburg
Extraordinariat für Quantitative Methoden
in den Wirtschaftswissenschaften
Universitätsstraße 16
86159 Augsburg
johannes.nebel@wiwi.uni-augsburg.de

1. Auflage 2011

Alle Rechte vorbehalten

© Vieweg+Teubner Verlag | Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH 2011

Lektorat: Ulrike Schmickler-Hirzebruch | Barbara Gerlach

Vieweg+Teubner Verlag ist eine Marke von Springer Fachmedien.

Springer Fachmedien ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media.

www.viewegteubner.de



Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Umschlaggestaltung: KünkelLopka Medienentwicklung, Heidelberg

Druck und buchbinderische Verarbeitung: AZ Druck und Datentechnik, Berlin

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Printed in Germany

ISBN 978-3-8351-0154-8

Vorwort

Mit der Umstellung von Diplom- auf Bachelor- und Masterstudiengänge wurde an vielen Hochschulen auch die Statistik-Ausbildung neu strukturiert. Curricula, die im Bachelorstudium eine nur noch einsemestrige Statistik-Veranstaltung und dafür einen vertiefenden Kurs auf Master-Niveau vorsehen, sind keine Seltenheit mehr. Diesem Umstand versucht das vorliegende Lehrbuch Rechnung zu tragen. Es ist so konzipiert, dass auch in einem einsemestrigen Einführungskurs ein Überblick über die wesentlichen Teilgebiete der Statistik gewonnen werden kann.

Dieser Anspruch hat es erforderlich gemacht, in mancherlei Hinsicht von der Konzeption anderer – zumeist auf zweisemestrige Veranstaltungen ausgelegter – Lehrbücher abzuweichen. So haben wir bei der Stoffauswahl unseres Erachtens weniger zentrale Themen bewusst ausgespart. Dies betrifft beispielsweise Teilgebiete wie Indexzahlen oder Konzentrationsmessung. Methoden, die für ein späteres empirisches Arbeiten von grundlegender Bedeutung sind, insbesondere parametrische und nichtparametrische Signifikanztests, behandeln wir hingegen in entsprechender Ausführlichkeit. Dabei verfolgen wir das Ziel, den Stoff möglichst anschaulich und verständlich zu präsentieren. Dementsprechend verzichten wir weitgehend auf formale Herleitungen und zeigen stattdessen den Anwendungsbezug mit einer Vielzahl von Beispielen auf. Die meisten dieser Beispiele behandeln ökonomische Fragestellungen.

Das Buch gliedert sich in vier Kapitel. Nach dem einführenden Kapitel 1, in welchem wir uns kurz mit einigen Grundbegriffen und Methoden der Datengewinnung beschäftigen, wenden wir uns in Kapitel 2 einfachen univariaten und bivariaten Auswertungsverfahren der deskriptiven Statistik zu. Das Kapitel 3 beginnt mit einer kurzen Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung, welche die Basis für die im Anschluss daran ausführlich behandelten Testverfahren der induktiven Statistik bildet. Mit dem der Regressionsanalyse gewidmeten Kapitel 4 schließt der Lehrtext. Die Kapitel 1 bis 3 decken unseres Erachtens die wesentlichen statistischen Methoden ab, die in einem einführenden Statistik-Kurs auf Bachelor-Niveau vermittelt werden sollten. Kapitel 4 geht dagegen unserer Ansicht nach über das notwendige Programm eines Einführungskurses hinaus und hat insofern optionalen Charakter.

Am Ende jeden Kapitels haben wir zahlreiche Übungsaufgaben zusammengestellt. Diese sollen es dem Leser ermöglichen, das theoretisch Erlernete auch in der praktischen Anwendung einzüben. Wir haben primär Aufgaben ausgewählt, die in Klausuren zu Statistik-Grundlagenvorlesungen für Wirtschaftswissenschaftler an der Universität Augsburg gestellt wurden. Zur Selbstkontrolle sind ab S. 125 Lösungsvorschläge zu sämtlichen Aufgaben zu finden. Diese haben wir bewusst sehr ausführlich gestaltet, damit der Lösungsweg nachvollzogen und ggf. eigene Fehler leicht identifiziert werden können.

Gemäß einem empirisch gut untermauerten Gesetz enthält jedes Buch Druckfehler. Unter <http://www.wiwi.uni-augsburg.de/bwl/krapp>, Rubrik „Druckfehler“, werden wir die Liste der nach und nach entdeckten Fehler veröffentlichen. Dozenten stellen wir darüber hinaus sehr gerne einen Foliensatz sowie weitere Übungsaufgaben inklusive Musterlösungen für den Einsatz in Lehrveranstaltungen zur Verfügung. Bitte kontaktieren Sie uns in diesem Fall per E-Mail (michael.krapp@wiwi.uni-augsburg.de oder johannes.nebel@wiwi.uni-augsburg.de).

Zahlreiche Kollegen und Mitarbeiter haben durch ihre Mitwirkung an den Lehrveranstaltungen und Klausuren, aus denen das vorliegende Buch hervorgegangen ist, direkt oder indirekt auch an dessen Entstehung mitgewirkt. Ihnen allen gebührt unser Dank. Besonders herzlich möchten wir unserem Freund und Kollegen PD Dr. Dr. Franz Baur danken, der uns tatkräftig unterstützt hat und bei inhaltlichen Diskussionen stets als kompetenter Ansprechpartner zur Verfügung stand. Frau Doris Rochelle danken wir für die kritische Durchsicht des Manuskripts und dem Lektorat des Vieweg+Teubner-Verlages, insbesondere Frau Barbara Gerlach, für die professionelle verlagsseitige Betreuung. Unser besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. Bernd Luderer, der das Buchprojekt als Herausgeber von Anfang an intensiv betreut sowie geduldig und verständnisvoll begleitet hat. Von seinen zahlreichen wertvollen Anregungen und konstruktiven Hinweisen hat das Lehrbuch sehr profitiert.

Michael Krapp, Johannes Nebel

Inhaltsverzeichnis

1 Grundlagen und Begriffe	9
1.1 Einordnung	9
1.2 Datengewinnung	10
1.3 Aufgaben	17
2 Deskriptive Statistik	19
2.1 Univariate Auswertungen	19
2.2 Bivariate Auswertungen	27
2.3 Aufgaben	34
3 Induktive Statistik	47
3.1 Kombinatorische Grundlagen	47
3.2 Wahrscheinlichkeitsrechnung	48
3.3 Statistische Schlussweisen	62
3.4 Konstruktion von Signifikanztests	67
3.5 Parametrische Tests	70
3.6 Nichtparametrische Tests	81
3.7 Aufgaben	92
4 Regressionsanalyse	107
4.1 Grundmodell	107
4.2 Parameterschätzung	109
4.3 Signifikanztests	114
4.4 Überprüfung der Modellannahmen	115
4.5 Erweiterungen	117
4.6 Aufgaben	118
Anhang	
Lösungen zu den Aufgaben	125
Verteilungstabellen	161
Literaturverzeichnis	191
Sachwortverzeichnis	193

1 Grundlagen und Begriffe

1.1 Einordnung

Schon vor einigen tausend Jahren wurde Statistik praktiziert, wenn auch in rudimentärer Art und Weise. So findet sich beispielsweise im Alten Testament folgender Vers:

„Nehmet auf die Summe der ganzen Gemeinde der Kinder Israel nach ihren Geschlechtern, nach ihren Vaterhäusern, nach der Zahl der Namen, alle Männlichen nach ihren Köpfen ...“

(4. Buch Mose, Kapitel 1, Vers 2)

Bereits Aristoteles (384 v. Chr.–322 v. Chr.) befasste sich mit Statistik, indem er nach einer passenden Definition des Begriffes „Zufall“ suchte. Wahrscheinlichkeitstheoretische Überlegungen dieser Art erlebten im 17. Jahrhundert – angeregt durch zu dieser Zeit verbreitete Glücksspiele – eine Renaissance. Auch wenn damit die Wurzeln der Statistik offensichtlich weit zurück reichen, so ist die Fundierung ihrer heute bedeutendsten Teilgebiete verhältnismäßig spät erfolgt. Erst durch die Arbeiten von Andrei Nikolajewitsch Kolmogorov (1903–1987) wurden die Grundlagen der heutigen Wahrscheinlichkeitsrechnung gelegt. Ähnlich verhält es sich mit den meisten multivariaten Analysemethoden, wie beispielsweise der Varianzanalyse, welche von Ronald Aylmer Fisher (1890–1962) ebenfalls erst im 20. Jahrhundert eingeführt wurde. Umso erstaunlicher ist daher die mittlerweile existierende kaum mehr überschaubare Fülle statistischer Methoden. Traditionell finden sie vor allem in Disziplinen wie der Medizin, der Psychologie und der Biologie ihre Anwendung. Doch auch in den Wirtschaftswissenschaften werden statistische Methoden häufig genutzt.

Fragestellungen, welche mithilfe statistischer Methoden innerhalb eines Betriebes bearbeitet werden, finden sich in nahezu allen organisatorischen Einheiten. Einige davon werden im nachfolgenden Beispiel kurz angesprochen.

Beispiel 1.1

- Der Vorstand eines Automobilkonzerns fordert vom Controlling eine Aufstellung der Absatzzahlen eines Fahrzeugtyps für die letzten 52 Wochen sowie eine Analyse und Prognose auf Basis der ermittelten Werte.
- Die Marketingabteilung eines Schokoladenherstellers möchte testen, ob die Änderung des Verpackungsdesigns eine Ausweitung ihres Marktanteils bei Schokoriegeln zur Folge hat.
- Die Produktionsabteilung eines Werkzeugmaschinenherstellers soll für die Produktionslinie einer neuen Fräsmaschine auf Basis der im Zeitablauf registrierten Fertigungstoleranzen einen optimalen Werkzeug- und Maschinenwartungsplan aufstellen.
- Der Wareneingang eines Computerherstellers will auf Stichprobenbasis entscheiden, ob die gelieferten Speicherchips ihres Hauptlieferanten den ausgehandelten Qualitätskriterien entsprechen.
- Die Großkundenabteilung einer Bank will bei der Bearbeitung des Kreditantrags eines exportorientierten Textilherstellers untersuchen, ob ein Zusammenhang zwischen der Entwicklung des Dollarkurses und den Absatzzahlen in der Textilbranche besteht.

Die aufgeführten Beispiele zeigen, dass die zu untersuchenden Fragen einem Entscheidungsproblem des Managements oder einer untergeordneten Abteilung mit Informationsbedarf entspringen.

Abhängig von der zu Grunde liegenden Fragestellung sind unterschiedliche statistische Methoden zur Verarbeitung der für den Untersuchungszweck beschafften Daten anzuwenden. In der deskriptiven Statistik (vgl. Kapitel 2) wird der vorliegende Datensatz als Ergebnis einer Vollerhebung aufgefasst und versucht, diesen beispielsweise durch Berechnung ausgewählter Kennzahlen zu *beschreiben*. Betrachtet man hingegen den Datensatz als Ergebnis einer Teilerhebung, so ist der Rückschluss von dieser Stichprobe auf die Grundgesamtheit von Interesse. Dazu bedient man sich der Methoden der induktiven bzw. *schließenden* Statistik, welche wir in Kapitel 3 behandeln. Häufig treten beide Zugänge gemeinsam auf, etwa wenn man einen Datensatz summarisch beschreiben und zugleich auch Rückschlüsse auf die Grundgesamtheit ziehen möchte. Eine in den Wirtschaftswissenschaften weit verbreitete Anwendung dieses Typus ist die Regressionsanalyse. Da sie sowohl deskriptive als auch induktive Fassetten umfasst, haben wir ihr mit Kapitel 4 einen eigenen Abschnitt gewidmet.

Den Abschluss eines jeden Kapitels bildet eine Reihe von Übungsaufgaben. Bei den meisten davon handelt es sich um Klausuraufgaben, die in Statistik-Grundlagenvorlesungen für Wirtschaftswissenschaftler an der Universität Augsburg gestellt wurden. Ausführliche Lösungsvorschläge zu diesen Aufgaben sind ab S. 125 zu finden.

1.2 Datengewinnung

1.2.1 Methoden der Datengewinnung

Bevor mit der eigentlichen Datenbeschaffung begonnen werden kann, ist das *Untersuchungsziel* genau zu spezifizieren. Auf diesem Weg wird festgelegt, welche Daten benötigt werden. Dieser Schritt ist von entscheidender Bedeutung, da Korrekturen zu einem späteren Zeitpunkt der Datenbeschaffung häufig nur unter außerordentlichem zusätzlichen finanziellen Aufwand und einer erheblichen Zeitverzögerung vorgenommen werden können. So ist bei einer umfassenden mündlichen Befragung durch Interviewer eine nochmalige nachträgliche Erfassung einer fälschlicherweise nicht erhobenen Größe in der Regel kaum zu vertreten. Darüber hinaus kann eine exakte Festlegung des Untersuchungsziels die unnötige Erhebung nicht relevanter oder gar redundanter Größen zu vermeiden helfen.

Aus Zeit- und Kostengründen ist vorab zu klären, ob der Informationsbedarf aus sekundärstatistischen Quellen befriedigt werden kann. Unter *Sekundärforschung* versteht man die Beschaffung solcher Daten, die ursprünglich zu einem ähnlichen oder anderen Untersuchungszweck erhoben wurden. Dies gilt sowohl für innerbetriebliche Daten (Finanzbuchhaltung, Absatzstatistik, Qualitätskontrolle etc.) als auch für außerbetriebliche Informationssysteme (amtliche Statistiken, Verbandsstatistiken, Börseninformationsdienste etc.). Lässt sich die interessierende Frage auf diesem Weg nicht ausreichend genau beantworten oder sind die gefundenen Sekundärdaten veraltet, so ist zur Datenbeschaffung mithilfe von *Primärforschung* überzugehen. Typische Beschaffungsmethoden sind *Befragung* und *Beobachtung*. Während man unter Beobachtung die zielgerichtete und planmäßige Erfassung von wahrnehmbaren Sachverhalten durch Personen und/oder Geräte versteht, soll die Befragung die Auskunftsperson durch Stimuli zu Aussagen über den Erhebungsgegenstand veranlassen. Bei Befragungen unterscheidet man nach der Art der Frageformulierung (direkte oder indirekte Frage), der Möglichkeit der Antwortabgabe (offene oder geschlossene Frage) und der Kommunikationsform (mündliche, telefonische, schriftli-

che, computergestützte Befragung). Dabei ist es wichtig, dass die gewählte Form der Befragung zu möglichst unverzerrten und damit fehlerfreien Daten führt. Hohe Ausfallquoten bei schriftlichen Befragungen können zu erheblichen Verzerrungen in den Ergebnissen führen. Ebenso können ungeschickt gewählte Frageformulierungen oder bei mündlichen Befragungen der Einfluss des Interviewers auf den Befragten zu Antwortverweigerung einerseits oder der bewussten überhöhten Angabe von Werten zur eigenen Imagesteigerung des Befragten, dem so genannten Overreporting, andererseits führen.

Beispiel 1.2

Ein Unternehmen der Kosmetikindustrie plant die Entwicklung eines neuen Hautpflegeproduktes. Dazu möchte es die Vorstellungen der Verbraucher von einem „idealen“ Hautpflegemittel erfahren. Es wird ein Fragenkatalog entwickelt, der unter anderem eine Frage nach der Produktbeschaffenheit enthält. Die Fragestellung lässt sich auf verschiedene Arten formulieren:

- *Offene direkte Fragestellung:* Beschreiben Sie im Folgenden, welche Eigenschaften und Beschaffenheiten Ihr ideales Hautpflegemittel haben müsste.
- *Offene indirekte Fragestellung:* Es gibt Hautpflegemittel mit den verschiedensten Eigenschaften und Beschaffenheiten. Glauben Sie, dass es besonders wichtige Eigenschaften und Produktbeschaffenheiten gibt, die jedes Hautpflegemittel besitzen sollte?
- *Geschlossene direkte Fragestellung:* Geben Sie für die folgenden Eigenschaften und Produktbeschaffenheiten an, ob diese für Sie eher unbedeutend oder bedeutend sind:

	unbedeutend			bedeutend	
1. cremig	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. leicht parfümiert	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. rückfettende Wirkung	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. automatischer Sonnenschutz	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. nicht wasserlöslich	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. sollte schnell einziehen	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. lange Haltbarkeit des Produktes	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- *Geschlossene indirekte Fragestellung:* Im Folgenden sind einige Aussagen aus der Kosmetikbranche aufgeführt. Geben Sie an, in welchem Maße Sie diesen Aussagen zustimmen würden:

	stimme nicht zu			stimme zu	
1. Nur Lotionen sind gute Hautpflegemittel.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. Cremes verkleben die Hautporen und verhindern so die Hautatmung.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. Ein wasserlösliches Pflegemittel ist im Hinblick auf die Selbstreinigung der Haut unerlässlich.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. Bei der Menge der in anderen Kosmetikartikeln verwendeten Duftstoffe sollte ein reines Hautpflegemittel eher geruchsneutral ausfallen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Zur Durchführung von *Beobachtungen* können einerseits unmittelbare Verhaltensformen des Beobachteten aufgezeichnet werden oder mithilfe von Apparaten gezielt Informationen gewonnen werden. Darüber hinaus ist zu differenzieren, ob der Beobachtete über das Ziel der Untersuchung, den eigentlichen Beobachtungsgegenstand und seine Tätigkeit als Versuchsperson informiert ist. Bei vielen apparativen Verfahren ist nicht zu vermeiden, dass der Proband um seine

Tätigkeit als Versuchsperson weiß. Zur Registrierung der visuellen Aufnahme von Reizen wurden beispielsweise Blickregistrierungsverfahren entwickelt, bei denen dem Probanden eine Spezialbrille, die die Bewegungen des Auges aufnimmt, aufgesetzt wird. Solche Einflüsse können wiederum zur Veränderung seiner Handlungsweise und damit zur Verfälschung der Ergebnisse führen. Mit der Thematik der Befragung und Beobachtung befasst sich die empirische Sozialforschung. Insbesondere werden dort Verfahren zur Reduktion oder vollständigen Elimination von Erhebungsfehlern diskutiert. Der interessierte Leser sei beispielsweise auf Atteslander (2010) und Schnell et al. (2008) verwiesen.

1.2.2 Merkmalstypen und Skalierung

Sind das Untersuchungsziel und die Methode der Datengewinnung geklärt, so kann der eigentliche *Merkmalskatalog* festgelegt werden. Jede Antwort zu einer Frage eines Interviewers kann als beobachtete *Ausprägung* eines zu erhebenden Merkmals verstanden werden. D.h. die Befragung bzw. Beobachtung des i -ten *Objektes*, z.B. ein Proband oder ein gefertigtes Teil, bzgl. des *Merkmals* Nummer j liefert den Beobachtungswert x_{ij} (wobei $i = 1, \dots, n$ und $j = 1, \dots, m$ gelte). Wir werden später sehen, dass dieser Beobachtungswert auch häufig als Realisation einer Zufallsvariablen aufgefasst wird. Das so gewonnene Datenmaterial lässt sich in Form einer Matrix, der so genannten *Datenmatrix* \mathbf{X} zusammenfassen, in welcher die Zeilen den Objekten und die Spalten den Merkmalen entsprechen:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nm} \end{pmatrix}.$$

Nach dem Grad des Informationsgehaltes kann man grob zwischen *quantitativen* und *qualitativen Merkmalen* unterscheiden. Anders als bei qualitativen Merkmalen sind bei quantitativen Merkmalen die Ausprägungen reelle Zahlen. Sofern quantitative Merkmale eine *Kardinalskala* besitzen, unterscheidet man zudem zwischen Intervall-, Verhältnis- und Absolutskalen. Die *Intervallskala* zeichnet sich durch die Vergleichbarkeit der Ausprägungsabstände aus. Diese Eigenschaft wird bei der *Verhältnisskala* durch einen natürlichen Nullpunkt ergänzt. Die *Absolutskala* besitzt darüber hinaus auch noch eine natürlich festgelegte Einheit. Im Folgenden sind einige Beispiele für verschiedene Skalentypen quantitativer Merkmale angegeben.

Beispiel 1.3

- Mengenangaben sind typische Vertreter von Absolutskalen, da sie einen natürlichen Nullpunkt und auch eine natürliche, unveränderbare Einheit (z.B. Stück) besitzen.
- Das Lebensalter oder Größenmessungen stellen dagegen Verhältnisskalen dar. Sie besitzen ebenfalls einen natürlichen Nullpunkt (z.B. Geburt), können aber in verschiedenen Einheiten gemessen werden. Das Lebensalter eines Menschen wird beispielsweise am Anfang des Lebens in Tagen, Wochen, dann in Monaten und später schließlich in Jahren gemessen. Längenangaben gibt es in den verschiedensten Maßeinheiten.
- Der Zeitmessung oder Datumsgebung liegen dagegen Intervallskalen zu Grunde. Es gibt hier keine natürlichen Nullpunkte. Der Bezugs-, „Nullpunkt“ wird mehr oder weniger willkürlich gewählt, wie etwa unter religiösen (z.B. Christi Geburt, Geburt des Propheten Mohammed) oder unter praktischen Gesichtspunkten (z.B. Sonnenauf- und Sonnenuntergang).

Den niedrigsten Informationsgehalt besitzen *klassifikatorische* oder *nominal skalierte* Merkmale, bei denen die Ausprägungen nur unterschieden, aber nicht geordnet werden können. Falls ein nominal skaliertes Merkmal nur zwei unterschiedliche Ausprägungen annehmen kann, nennen wir es zweiwertig, *binär* oder *dichotom*, ansonsten *polytom*. Wie man sich leicht klar machen kann, lässt sich die Information eines polytomen Merkmals mit r Ausprägungen auch durch $r - 1$ dichotome Merkmale wiedergeben.

Beispiel 1.4

„Geschlecht“ und „Farbe“ sind typische nominal skalierte Merkmale.

- Bei der Kodierung des Geschlechts durch Binärvariablen reicht genau eine Binärvariable zur Speicherung der Information aus. Kennzeichnet man mit 1 das Vorhandensein der Ausprägung „weiblich“, so bedeutet 0 das Fehlen der Ausprägung „weiblich“ und damit automatisch das Vorhandensein der Ausprägung „männlich“.
- Besitzt ein polytomes Merkmal „Farbe“ die Ausprägungen „grün“, „rot“ und „blau“, so werden genau zwei dichotome Merkmale zur Speicherung der Information des polytomen Merkmals benötigt. Dabei bedeutet eine 1 im ersten dichotomen Merkmal die Beobachtung der Ausprägung „grün“ und eine 1 im zweiten dichotomen Merkmal die Beobachtung der Ausprägung „rot“. Sind beide dichotomen Merkmale gleich 0, so bedeutet dies, dass die Ausprägung „blau“ beobachtet wurde.

Falls die Ausprägungen in eine Rangordnung oder Reihung gebracht werden können, sprechen wir von einer *Rang-* oder *Ordinalskala*. Die Reihenfolge bzw. Rangordnung der Ausprägungen kann dabei interpretiert werden, während ihre Differenzbeträge ohne Bedeutung sind. Ordinalskalen werden insbesondere in sozialwissenschaftlichen Untersuchungen häufig eingesetzt, da sich viele Sachverhalte, wie etwa Aggressivität, Sympathie oder Produkteinschätzungen, mit kardinalen Skalen nicht messen lassen.

Beispiel 1.5

Die in den Medien regelmäßig durchgeführten Politikumfragen, bei denen Politiker auf einer Skala beispielsweise zwischen -5 und $+5$ (in diskreten Abständen von jeweils einem Punkt) bewertet werden, basieren auf Ordinalskalen. Notenskalen stellen in ihrer Struktur Ordinalskalen dar, werden jedoch häufig wie Verhältnisskalen verwendet.

Bei der Datengewinnung sollte zunächst immer angestrebt werden, ein möglichst hohes Skalenniveau durch die Wahl der Erhebungsmethode zu sichern. Dabei ist jedoch zwischen der Gefahr einer hohen Antwortverweigerung bei kardinalen Skalenniveau versus vollständiger Beantwortung auf einem niedrigeren Niveau abzuwägen. Auf die Frage „Wie viel verdienen Sie?“ wird man von wenigen Befragten eine genaue Antwort erhalten. Beschränkt man sich auf ordinales Skalenniveau und gibt einige Einkommensklassen zur Selbsteinstufung vor, so erhöht sich die Antwortbereitschaft, während sich der Informationsverlust für den Untersuchungsgegenstand unter Umständen in Grenzen hält. Dies hat dazu geführt, dass kardinal skalierte Merkmale bei Befragungen häufig nicht als absolute Größen, sondern in Form von Einstufungen in disjunkte Bereiche erhoben werden. Man spricht in diesem Fall auch von *klassierten* Daten. Genau genommen wird das kardinal skalierte Merkmal auf diesem Weg in eine ordinal skalierte Größe überführt, was jedoch mit einem gewissen Informationsverlust verbunden ist.

Beispiel 1.6

Viele Fragebögen werden durch einen soziodemografischen Anhang ergänzt, in dem unter anderem häufig nach dem verfügbaren Haushaltseinkommen gefragt wird. Die Gestaltung dieser Frage hat dabei meist etwa den folgenden Aufbau:

Geben Sie die Höhe Ihres monatlichen	< 1 000	1 000–3 000	3 000–5 000	> 5 000
Haushaltseinkommens (in Euro) an:	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

1.2.3 Stichprobenverfahren

Jede Primärerhebung basiert auf einer Menge interessierender Auswahleinheiten, die auch häufig als *Grundgesamtheit* oder *Population* bezeichnet wird. Eine *Totalerhebung* einer Grundgesamtheit ist selten angebracht und häufig auch gar nicht möglich. Beispielsweise könnte ein Porzellanhersteller vor der Neueinführung einer Serviceserie an der Menge seiner potenziellen Käufer interessiert sein. Da das Produkt vor der Einführung jedoch niemandem bekannt ist, ist es auch nicht möglich, die Menge der interessierenden Auswahleinheiten (die Grundgesamtheit) auszumachen. Bei sehr großen Grundgesamtheiten sprechen auch Zeit- und Kostengründe gegen ein solches Vorgehen. So ist man auf die Betrachtung eines Ausschnittes der Grundgesamtheit, einer Teilerhebung oder *Stichprobe*, angewiesen.

Unter *Stichprobenverfahren* versteht man Methoden, mit deren Hilfe die einzelnen Stichprobenelemente aus der Grundgesamtheit ausgewählt werden. Die Auswahlbasis stellt eine Abbildung der Grundgesamtheit dar, wie etwa eine Kundenadressdatei, eine Meldeliste der Einwohner einer Stadt oder ein Telefonbuch. Es existieren Auswahlverfahren, die nach dem Zufallsprinzip arbeiten und die Gegenstand der Stichprobentheorie sind, sowie nichtzufällige Auswahlverfahren. Zunächst sollen diejenigen Stichprobenverfahren diskutiert werden, die nicht auf dem Zufallsprinzip beruhen.

1.2.3.1 Nichtzufällige Stichproben

Allen diesen Verfahren ist gemeinsam, dass sie die Auswahl der Erhebungseinheiten einem (vermeintlichen) Experten und damit seiner subjektiven Einschätzung überlassen. Da die Wahrscheinlichkeiten, mit denen die Elemente in die Stichprobe geraten, unbekannt sind, können keine Aussagen über die stochastischen Eigenschaften der aus einer solchen Stichprobe gewonnenen Ergebnisse getroffen werden. Die vier bekanntesten nichtzufälligen Stichprobenverfahren sind:

- *Willkürliche Auswahl*: Es werden diejenigen Erhebungseinheiten ausgewählt, die besonders einfach zu erreichen sind.
- *Konzentrationsverfahren*: Bei dieser auch als Abschneideverfahren bekannten Methode werden bestimmte Teile der Grundgesamtheit ausgeklammert und nur diejenigen Elemente der Grundgesamtheit ausgewählt, die für den Untersuchungsgegenstand von besonderer Wichtigkeit sind.
- *Typische Auswahl*: Es werden einige wenige als besonders repräsentativ erachtete Elemente aus der Grundgesamtheit herangezogen. Meist legt ein Experte dabei fest, welche Elemente in die Stichprobe aufgenommen werden sollen.
- *Quotenauswahl*: Die Stichprobe wird so konstruiert, dass diese in ihrer Struktur mit der Verteilung einiger für die Grundgesamtheit besonders bedeutsamer Merkmale übereinstimmt. Meist handelt es sich bei den Merkmalen um nominal (z.B. Geschlecht, Religion), ordinal oder klassiert-kardinal skalierte Merkmale (z.B. Alter, Einkommensklasse, Haushaltsgröße). Eine Quotenstichprobe bzgl. solcher Merkmale liegt vor, wenn bei der Auswahl der Stichprobenelemente gezielt die Einhaltung der als bekannt vorausgesetzten Verteilung dieser Merkmale erreicht wird.

Von den nichtzufälligen Stichprobenverfahren hat sich das Quotenverfahren im Bereich der Marktforschung bis heute gehalten, obwohl es ebenfalls keinerlei Gütebewertung der gewonnenen Stichprobe zulässt. Diese würde neben der Möglichkeit der Bestimmung des so genannten Schätzfehlers voraussetzen, dass den Kosten der Stichprobenbildung die erzielte Genauigkeit gegenübergestellt wird. Die Angabe der Qualität ist damit nur bei Zufallsstichproben möglich. Ein weiterer häufig geäußelter Kritikpunkt an nichtzufälligen Stichproben lässt sich am Beispiel der typischen Auswahl besonders gut verdeutlichen. Bei diesem Verfahren geht der mit der Stichprobenbildung Beauftragte davon aus, dass er in der Lage ist, beurteilen zu können, welche Elemente der Grundgesamtheit für diese typisch und damit für die Stichprobe besonders wichtig sind. Dies bedeutet, dass er für sich in Anspruch nimmt, die Grundgesamtheit bereits recht gut zu kennen. Dann stellt sich jedoch die Frage, wozu er überhaupt noch eine Stichprobe bildet. Alan Stuart (1984) bezeichnet diesen Widerspruch als *paradox of sampling*: „The central paradox of sampling is that it is impossible to know, from examination of a sample, whether or not it is a ‘good’ sample in the sense of being free from selection bias. Of course, if we know some details of the population, we can compare the sample to the population in respect of these details; but we can never know everything about the population and in any case, if we could we should have no reason for sampling it.“

Beispiel 1.7

- Willkürliche Auswahl: Blitzumfragen in den Medien. Dabei werden meist in Fußgängerzonen nach Gutdünken des Interviewers 5 bis 10 Passanten zu einem gerade aktuellen Thema befragt.
- Konzentrationsverfahren: Vielen Branchenstatistiken über die Auftragslage der Industrie oder des Handels liegen die umsatzstärksten Unternehmen zu Grunde, da mit wenig Erhebungsaufwand ein Großteil der Gesamtaufträge erfasst werden kann.
- Typische Auswahl: Bei der Zusammenstellung einer Podiumsdiskussion zu einem gesellschaftspolitischen Thema wählt der Veranstalter für jede betroffene Gesellschaftsgruppe jeweils einen in seinen Augen typischen und zugleich kompetenten Redner aus.
- Quotenauswahl: Es soll eine Befragung unter Schülern zum Thema „modische Kleidung“ durchgeführt werden. Die Quotenstichprobe schreibt nun jedem Interviewer vor, dass er eine festgelegte Anzahl Jugendlicher befragen soll. Die folgenden Quoten sind dabei einzuhalten: 54 % Mädchen und 46 % Jungen; die Altersstufen 12–14 Jahre, 15–17 Jahre und 18–21 Jahre sind gleichgewichtig zu behandeln. Es sollten ferner 30 % Hauptschüler, 30 % Realschüler, 20 % Berufsschüler und 20 % Gymnasialschüler befragt werden.

1.2.3.2 Zufällige Stichproben

Gemeinsames Charakteristikum sämtlicher Zufallsmethoden ist, dass jede Erhebungseinheit eine berechenbare und von null verschiedene Wahrscheinlichkeit besitzt, aus der Grundgesamtheit gezogen zu werden. Mithilfe von Zufallsmechanismen ist bei der Ziehung sicherzustellen, dass jedes Element der Grundgesamtheit in die Stichprobe aufgenommen werden kann. Die bekanntesten Zufallsverfahren sind:

- *Einfache Zufallsstichprobe*: Jedes Element in der Grundgesamtheit besitzt dieselbe bekannte Wahrscheinlichkeit, für die Stichprobe ausgewählt zu werden. Diesem Verfahren liegt das Urnenmodell des „Ziehens mit Zurücklegen“ zu Grunde, weshalb das Verfahren auch häufig als *uneingeschränkte Zufallsauswahl* bezeichnet wird. In der Praxis bildet man Stichproben jedoch meist durch „Ziehen ohne Zurücklegen“. Auch in diesem Fall sind die Wahrscheinlichkeiten für alle Elemente bekannt, so dass geeignete Schätzverfahren eingesetzt werden können.

- *Geschichtete Stichprobe*: Dieses Verfahren ist vorteilhaft, falls sich die Grundgesamtheit aus disjunkten homogenen, untereinander aber deutlich verschiedenen Teilgesamtheiten, den so genannten *Schichten*, zusammensetzt. Indem man aus jeder Schicht eine eigene Stichprobe zieht, lässt sich bei gleichem Gesamtstichprobenumfang häufig ein deutlicher Genauigkeitsgewinn gegenüber der uneingeschränkten Zufallsauswahl erzielen. Dieser Genauigkeitsgewinn ist auch unter der Bezeichnung *Schichtungseffekt* bekannt. Sind die Teilstichproben in den einzelnen Schichten gleich groß, so spricht man von *proportionaler Schichtung*. Alternativ können sich die Teilstichprobengrößen auch an anderen Kriterien, wie etwa den Erhebungskosten in den einzelnen Schichten, orientieren.
- *Klumpenauswahl*: Gelegentlich besteht die Grundgesamtheit aus einer Menge disjunkter heterogener Teilgesamtheiten, die auch als *Klumpen* bezeichnet werden. Bei der Klumpenstichprobe werden zufällig einige Teilgesamtheiten für eine Vollerhebung ausgewählt. Dies bietet sich insbesondere dann an, wenn der Erhebungsaufwand innerhalb eines Klumpens wesentlich geringer ist als für eine Zufallsstichprobe über alle Klumpen. Wichtig ist jedoch, dass die gebildeten Klumpen wirklich heterogen sind. Ist dies nicht der Fall, kann ein erheblicher Genauigkeitsverlust gegenüber der uneingeschränkten Zufallsauswahl, der so genannte *Klumpeneffekt*, resultieren.

Als Weiterentwicklungen dieser Stichprobenverfahren seien noch die mehrstufigen und mehrphasigen Verfahren erwähnt. Bei *mehrstufigen* Stichprobenverfahren werden mehrere Zufallsstichproben hintereinander geschaltet, wobei sich auf jeder Stufe die Auswahlinheit verfeinert. Beispielsweise könnten in einem zweistufigen Verfahren auf der ersten Stufe Abteilungen eines Konzerns und auf der zweiten Stufe einige Mitarbeiter aus jeder dieser Abteilungen gezogen werden. Bei den *mehrphasigen* Verfahren handelt es sich um die Hintereinanderschaltung verschiedener Stichprobenverfahren, wie etwa einer Klumpenauswahl in der ersten Phase und einer Schichtung innerhalb der Klumpen in der zweiten Phase.

Der Vorteil von Zufallsstichproben besteht darin, dass für die unbekannt Parameter der Merkmalsverteilungen, wie etwa den Erwartungswert oder die Varianz, erwartungstreue Schätzfunktionen bekannt sind (diese Begriffe werden in Kapitel 3 ausführlich erläutert). Außerdem können Aussagen über die Varianz der Schätzung, und mithin über die Qualität der Stichprobe, getroffen werden. So ist es möglich, mithilfe einer kleinen Vorstichprobe den Stichprobenumfang für die geforderte Untersuchungsgenauigkeit abzuschätzen.

Beispiel 1.8

Ein typisches Beispiel für eine Schichtung ist die ABC-Analyse in der Stichprobeninventur. Dabei werden die Lagerbestände nach ihrem Wert in drei Gruppen (Schichten) aufgeteilt, nämlich billige Massenartikel, Artikel von mittlerem Wert und schließlich Artikel mit gehobenem bis hohem Wert. Während aus der ersten großen Schicht eine relativ kleine Stichprobe (z.B. 5 %) ausreicht, um mit hinreichender Genauigkeit den Bestand und den damit verbundenen Wert zu schätzen, wachsen die Anteile in den anderen beiden Schichten an. Je nach Wert der Artikel kann es vorkommen, dass in der kleinsten Schicht mit den hochwertigen Artikeln eine Vollerhebung stattfindet.

Bei soziodemografischen Untersuchungen auf der Basis von Bevölkerungsstichproben wird die zu untersuchende Region in Quadranten aufgeteilt, die so gewählt sind, dass heterogene Teilgesamtheiten entstehen. Anschließend werden einige dieser Quadranten für eine Totalerhebung herangezogen. So lassen sich die Fahrtkosten der Interviewer gegenüber einer reinen Zufallsstichprobe wesentlich reduzieren. Voraussetzung ist jedoch, dass wirklich alle Untersuchungseinheiten des Klumpens erhoben werden, auch wenn der Interviewer teilweise mehrfach einzelne Zieladressen besuchen muss, bis die dort wohnhaften Untersuchungseinheiten angetroffen werden.

1.3 Aufgaben

Die nachfolgende Übersicht gibt Auskunft über die Zuordnung der Aufgaben zu den Themengebieten:

Themengebiet	Aufgaben
Methoden der Datenerhebung	1.1, 1.2
Merkmalstypen und Skalierung	1.2, 1.3, 1.4, 1.5
Stichprobenverfahren	1.6, 1.7

Aufgabe 1.1

Um welche Formen von Frageformulierungen handelt es sich bei den folgenden Fragen:

- Fahren Sie regelmäßig mit dem eigenen Auto zur Arbeit (ja/nein)?
- Halten Sie das Auto für ein zeitgemäßes Transportmittel im Nahverkehr (bitte ausführliche Begründung)?
- Glauben Sie, dass der größere Teil der Stadtbewohner dazu bereit wäre, auf das Auto völlig zu verzichten, wenn die öffentlichen Verkehrsmittel kostenlos wären (ja/nein)?
- Glauben Sie, dass bei dem Kauf eines neuen Autos der Zugewinn an Sozialprestige für die meisten Leute

- keine
- kaum eine
- eingeschränkt eine
- eine wichtige
- die entscheidende

Rolle spielt?

Aufgabe 1.2

Diskutieren Sie die Vor- und Nachteile einer ordinalen 5er-, 6er- und 7er-Skala für eine geschlossene Fragestellung.

Aufgabe 1.3

Geben Sie zu den Merkmalen der folgenden Datenmatrix jeweils das Skalenniveau an:

Alter	Geschlecht	Gehalt	Familie	Nationalität	Kinder	Wohnung
25	weiblich	2 500	ledig	D	0	Mietwohnung
32	männlich	3 400	verheiratet	D	2	eigenes Haus
28	weiblich	0	ledig	I	3	Mietwohnung
48	männlich	4 900	verwitwet	USA	1	Eigentumswohnung
42	weiblich	3 100	verheiratet	D	2	eigenes Haus
36	weiblich	1 900	verheiratet	D	0	Mietshaus

Aufgabe 1.4

Das Merkmal „Partei“ besitze die Ausprägungen „Bündnis 90/Die Grünen“, „CDU/CSU“, „Die Linke“, „FDP“ und „SPD“. Diskutieren Sie die Skalierung dieses Merkmals einerseits aus dem Blickwinkel eines objektiven Wahlforschers und andererseits aus der Perspektive eines potenziellen Wählers.

Aufgabe 1.5

Welche Möglichkeiten kennen Sie, das Merkmal „Farbe“ mit den Ausprägungen „blau“, „gelb“, „rot“ und „weiß“ numerisch zu kodieren? Welches Skalenniveau besitzt dieses Merkmal?

Aufgabe 1.6

Sie sind als Interviewer für ein Marktforschungsinstitut tätig. Ihr aktueller Befragungsplan lautet:

„Befragen Sie am Marktplatz zwischen 10:00 Uhr und 12:00 Uhr zwanzig Hausfrauen mit ein oder zwei Kindern im Alter von fünf bis sieben Jahren.“

Handelt es sich dabei um eine Zufallsstichprobe?

Aufgabe 1.7

Sie erhalten die folgenden Vorgaben zur Erhebung einer Stichprobe:

„Es sind in der Bundesrepublik Deutschland 5 000 wahlberechtigte Erwachsene so zu befragen, dass sich einerseits die Größe der 16 Bundesländer anteilmäßig widerspiegelt und andererseits die Aufteilung zwischen Männern und Frauen 46 : 54 beträgt. Die Befragung behandelt das Wahlverhalten bei einer Bundestagswahl.“

Unterstellen Sie, dass Sie über die Einwohnermeldeämter zu den Listen der wahlberechtigten Haushaltsmitglieder Zugang erhalten. Welches Stichprobenverfahren wählen Sie?

2 Deskriptive Statistik

Die im Rahmen der Datenbeschaffung gewonnenen Daten stellen in ihrer Ursprungsform noch keinen wesentlichen Informationsgewinn dar. Insbesondere bei umfangreichen Untersuchungen wird meist eine Vielzahl von Merkmalen bei einer großen Menge von Objekten erhoben. Mit den Mitteln der *deskriptiven Statistik* sollen diese Daten strukturiert und auf eine verdichtete und damit einfacher lesbare Form gebracht werden. Dies geschieht häufig mithilfe von Kennzahlen. Zunächst beschäftigen wir uns mit Kennzahlen bzgl. der Messreihe eines einzelnen Merkmals, den so genannten univariaten deskriptiven Statistiken.

2.1 Univariante Auswertungen

Zur Vereinfachung der Schreibweise lassen wir im Folgenden, sofern der Sachverhalt eindeutig ist, den Merkmalsindex weg. Dann liegt nach der Datenerhebung ein Vektor (x_1, \dots, x_n) mit den Erhebungsergebnissen je Objekt, die so genannte *Urliste*, vor. Als *absolute Häufigkeit* der Ausprägung a_j bezeichnen wir nun für $j = 1, \dots, k$

$$h(a_j) = \text{Anzahl der Fälle, bei denen } a_j \text{ auftritt}$$

sowie als *relative Häufigkeit*

$$f(a_j) = \frac{1}{n} \cdot h(a_j).$$

Für die Häufigkeiten der einzelnen Ausprägungen gelten die folgenden Zusammenhänge:

$$\sum_{j=1}^k h(a_j) = n \quad \text{und} \quad \sum_{j=1}^k f(a_j) = 1.$$

Als *absolute* bzw. *relative Häufigkeitsverteilung* bezeichnet man die Folgen $h(a_1), \dots, h(a_k)$ bzw. $f(a_1), \dots, f(a_k)$. Dabei werden die Merkmalsausprägungen bei ordinal oder kardinal skalierten Merkmalen üblicherweise aufsteigend angeordnet. Wir gehen im Folgenden also davon aus, dass die Ausprägungen bei solchen Merkmalen in aufsteigender Rangfolge sortiert vorliegen. Möchte man sich einen schnellen Überblick über die vorliegenden Daten verschaffen, so bietet sich der Gebrauch grafischer Darstellungen an. Zwei beliebte Darstellungsformen sind das *Stabdiagramm* und das *Kreisdiagramm*. Beim Stabdiagramm werden die (geordneten) Ausprägungen a_j auf der Abszisse und die zugehörigen absoluten oder relativen Häufigkeiten auf der Ordinate abgetragen. Das Kreisdiagramm untergliedert einen Kreis in k Sektoren, deren Größe proportional zu den relativen Häufigkeiten der Ausprägungen gewählt wird. Da in einem Kreis 360° zur Verfügung stehen, ergibt sich für den Kreiswinkel zur Ausprägung a_j folgende Formel:

$$w(a_j) = 360^\circ \cdot f(a_j).$$

In einigen Lehrbüchern sind noch weitere grafische Darstellungsmöglichkeiten zu finden, siehe etwa Bamberg et al. (2009) und Fahrmeir et al. (2011).